Modélisation couplée des écoulements de surface et de sub-surface dans un bassin versant par approches numériques à dimensions euclidiennes réduites

Résumé étendu – Thèse de Doctorat de l'Université de Strasbourg – Yi Pan UMR 7517 LHyGeS

Contexte général du travail.

Il est notoirement admis maintenant que la dynamique continentale du cycle de l'eau ne peut plus dissocier artificiellement les processus de surface des processus souterrains. La gestion "intégrée" des bassins versants aujourd'hui traitée à méso-échelle a largement modifié la conception des modèles hydrologiques. Ces derniers deviennent également "intégrés" (e.g., Frei et al., 2010) au sens où les compartiments surface et souterrains sont réunis au sein d'un même objet pour une approche complète de la dynamique des écoulements et du transfert de masse.

Ce travail, sans spécifiquement traiter des difficultés opérationnelles inhérentes aux modèles intégrés, développe une approche amont "réductionniste" sur le modèle lui-même. L'idée part du constat que la tridimensionnalité des écoulements complique énormément la résolution des équations, génère des modèles lourds, peu stables numériquement, et difficiles à utiliser. Cependant, la majorité des applications ne dispose que d'une information très partielle sur l'hétérogénéité du milieu naturel, et pire encore, la majorité des mesures disponibles ne voit pas la tridimensionnalité des écoulements. On est donc confronté à l'utilisation d'un modèle complexe en inadéquation avec les observations. Pour faire simple, les données comme les flux en rivière ne voient que l'unique dimension de l'écoulement moyen dans la rivière ; les hauteurs d'eau dans les nappes ou les pressions capillaires moyennes dans les sols, ne voient pas (ou peu) les composantes verticales de l'écoulement. Il est donc pris le parti d'homogénéiser partiellement la physique des écoulements dans un hydrosystème afin de produire les éléments d'un modèle numérique monodimensionnel pour le domaine de surface, bidimensionnel pour le domaine souterrain. Si l'homogénéisation ne dénature pas la physique du problème, les équations constitutives manipuleront des paramètres moyens directement issus de l'homogénéisation et non rapportés "empiriquement".

Le modèle mathématique

Ecoulements de surface

On restreint ici l'exposé aux écoulements dans un réseau drainant type rivière, fossés etc. Ne sont pas abordés pour des raisons de concision les écoulements à surface libre (overland flow) se développant sur la surface topographique d'un sol saturé. Usuellement, les écoulements en réseau sont appréhendés par les équations de St-Venant (e.g., Panday and Huyakorn, 2004) qui traduisent le principe de conservation des flux volumiques en eau (1a) et la conservation de la quantité de mouvement (1b). Dans une forme monodimensionnelle, ces équations s'écrivent:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla_x \left(A \mathbf{u}_x \right) = l' q \qquad (1a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial t} + \mathbf{u}_x . \frac{\partial \left| \mathbf{u}_x \right|}{\partial x} + \left| g \right| \nabla_x h = \left| g \right| \left(\nabla_x z - \mathbf{s}_f \right) - \frac{q}{h} \mathbf{u}_x \qquad (1b)$$

A [L^2] est la surface en eau normale à la direction principale d'écoulement x dans la rivière, h [L] est la hauteur d'eau dans la rivière, l' [L] est la largeur de la surface d'eau libre dans la rivière, z [L] est côte topographique du fond de la rivière, q [LT^{-1}] caractérise l'ensemble des entrées-sorties d'eau "latérales" par les berges et le fond de la rivière, $|g|$ [LT^{-2}] est la composante scalaire de l'accélération de pesanteur, $\mathbf{s}_f$ [-] est le vecteur correspondant à la pente de "friction" de la rivière.

En supposant un régime d'écoulement à faibles variations temporelles du champ de vitesse ou encore à variations non négligeables mais sur de longues périodes de temps (quelques heures à quelques jours), les équations de St-Venant se simplifient fortement pour se ramener à une unique équation de diffusion de la hauteur d'eau h dans la rivière. En simplifiant également le profil de la rivière, auquel on donne une section de forme trapézoïdale, les sections A (Eq. 1a) de la rivière disparaissent de la paramétrisation. Tous calculs faits, on ne garde que la hauteur d'eau dans la rivière comme variable d'état de l'écoulement de surface dans une équation de la forme :

$$l'(h)\frac{\partial h}{\partial t} - \nabla_x\left(T_R(h)\nabla_x(h+z)\right) = l'(h)q \quad ; \quad T_R(h) = \frac{\left(l + l'(h)\right)hR_h^{2/3}}{2N_{man}\left|\nabla_x(h+z)\right|^{1/2}} \tag{2}$$

l' [L] correspond à la largeur en eau de la rivière, R_h [L] est le rayon hydraulique de la rivière, N_{Man} [$L^{-1/3}T$] est le coefficient de Manning. Bien que non-linéaire, l'équation de diffusion (2) se résout plus simplement que le doublet des équations de St-Venant, notamment grâce à une discrétisation plus lâche, un comportement quasi-parabolique stable et des troncatures numériques d'ordre élevé. Comme attendu de la procédure d'homogénéisation, les paramètres $l'(h)$ et $T_R(h)$ découlent directement des manipulations faites sur les équations d'origine.

Ecoulements de sub-surface.

Le compartiment souterrain dans les modèles classiques à l'échelle des bassins versants occulte souvent la zone vadose (zone non saturée du sol) et se limite à la simulation des écoulements à saturation. Pour les approches les plus avancées comme celle proposée dans ce travail, zone vadose et zone saturée sont traitées dans un unique continuum soumis à des écoulements de Darcy régis par l'équation (e.g. Huyakorn & Pinder, 1983) :

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + Ss\,Sw(\theta)\frac{\partial h}{\partial t} - \nabla.\left(\mathbf{K}(\theta)\nabla h\right) = q_w \tag{3}$$

θ [-] est la teneur en eau du milieu correspondant au ratio du volume en eau sur le volume total du milieu (pores + solide), Sw [-] est la saturation en eau correspondant au ratio du volume en eau sur le volume des pores, Ss [L^{-1}] est l'emmagasinement spécifique du milieu, $\mathbf{K}$ [LT^{-1}] est le tenseur de conductivité hydraulique du milieu, h [L] est la charge hydraulique (ou la hauteur capillaire), et q_w [T^{-1}] un terme puits-source (en volume d'eau entré ou extrait par unité de volume de milieu et unité de temps).

La réduction de la dimension d'écoulement est opérée en intégrant l'équation (3) selon la direction verticale z ou, en cas de forte pente du bassin versant, selon z pris comme la normale au mur de l'aquifère. Pour simplifier cette intégration, on suppose que les écoulements sont majoritairement parallèles au mur de l'aquifère $(\nabla_z h = 0)$, que les bornes d'intégration z_b, z_s, correspondant respectivement aux côtes altimétriques du mur de l'aquifère et de la surface du sol, sont de gradient local négligeable. Enfin, on sépare l'intégration selon z en deux composantes en introduisant la borne d'intégration z_w correspondant à la côte de l'interface zone non-saturée/zone saturée :

$$\begin{aligned}&\frac{\partial h}{\partial t}\int_{z_b}^{z_w} Ss.Sw(\theta)\,dz + \int_{z_b}^{z_w}\frac{\partial\theta}{\partial t}dz + \frac{\partial h}{\partial t}\int_{z_w}^{z_s} Ss.Sw(\theta)\,dz + \int_{z_w}^{z_s}\frac{\partial\theta}{\partial t}dz \\ &-\nabla_{x,y}.\left(\nabla_{x,y}h\int_{z_b}^{z_w}\mathbf{K}(\theta)\,dz + \nabla_{x,y}h\int_{z_w}^{z_s}\mathbf{K}(\theta)\,dz\right) = Q\end{aligned} \tag{4}$$

La dichotomie permet de dissocier les divers comportements des paramètres hydrodynamiques entre zone vadose et zone saturée. Tous calculs faits, l'ensemble des écoulements souterrains zone vadose, zone saturée est traitée par une équation bidimensionnelle sur une surface curvilinéaire parallèle au fond de l'aquifère. Cette équation manipule une charge hydraulique moyenne *h* entre le fond de l'aquifère et la surface topographique :

$$\bar{S}(h)\frac{\partial h}{\partial t} - \nabla_{x,y}.\left(\bar{\mathbf{T}}(h).\nabla_{x,y}h\right) = Q$$
$$\bar{S}(h) = S_{Sat}h + \int_{z_w}^{z_s} C(h)\,dz \;\; ; \;\; \bar{\mathbf{T}}(h) = \mathbf{K}_{Sat}h + \int_{z_w}^{z_s} \mathbf{K}(\theta)\,dz \qquad (5)$$

Avec S_{Sat} [L^{-1}] l'emmagasinement spécifique moyen à saturation du milieu, $\mathbf{K}_{Sat}$ [LT^{-1}] la conductivité hydraulique moyenne à saturation et $C(h)$ la capacité capillaire du sol. Là encore, les paramètres de l'équation (5) héritent directement de l'homogénéisation par intégration de l'équation d'origine.

Application

Passé les multiples tests d'implémentation numérique, les équations simplifiées ont été mises en œuvre sur différents exercices (benchmarks) de la littérature (e.g., Sulis *et al*., 2010; Maxwell *et al*., 2014). Nous avons modifié à dessein certains de ces exercices pour rendre le système plus dynamique (plus transitoire) et par conséquent tester le modèle à dimension réduite dans des conditions défavorables. On rappelle que les écoulements de surface sont supposés pseudo-stationnaires et que l'intégration des écoulements de sub-surface, par définition, moyenne variables, paramètres et comportement. Par comparaison à des approches complètes (tridimensionnelles) nous avons pu constater que la réduction de dimension ne générait que peu d'erreurs, systématiquement inférieures à 5% sur les flux hydriques, les charges hydrauliques ou encore les temps de transferts d'une quelconque perturbation de la variable d'état. (Pan et al., 2015, soumis ; Weill et al., 2015, soumis).

Ces différents tests ne sont pas discutés ici. On rapporte seulement d'un exemple où les modèles complets tridimensionnels échouent quasi-systématiquement, sauf à utiliser des discrétisations spatiales et temporelles extrêmement fines et induisant des temps calculs au-delà du raisonnable. Il s'agit de simuler le drainage naturel gravitaire d'un petit bassin versant de montage à très forte pente (ici le Strengbach – Vosges). Les fortes pentes rendent le système très dynamique et une discrétisation tridimensionnelle de l'ensemble passe par une multitude d'éléments déformés qui ne facilitent pas la résolution numérique des équations. Avec un modèle bidimensionnel simplifié, zone vadose et nappe sont réunies en une seule couche qui suit sensiblement la surface topographique du bassin versant (Fig. 1). Quelle que soit la pente, la discrétisation ne change guère, utilise des éléments simples (triangulaires) qui n'engendrent pas de difficulté particulière pour le calcul.

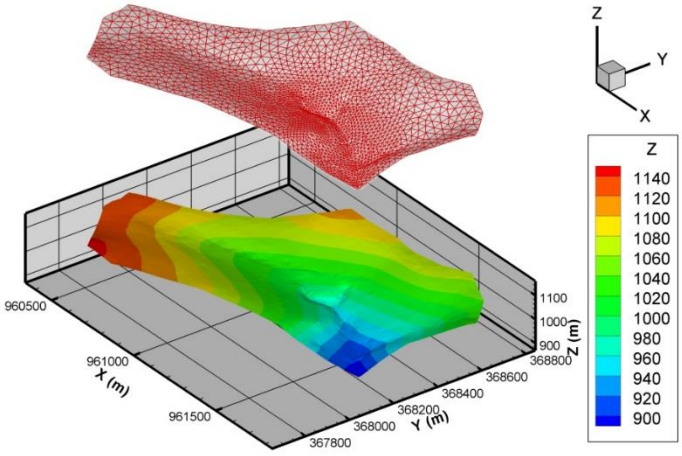

Fig. 1. Topographie et discrétisation d'un petit bassin versant de montagne.

La vidange gravitaire de la nappe et du réseau de ruissèlement est très rapide sur ce genre de géométrie. Pour autant, le modèle à dimension réduite se comporte correctement, sans calcul prohibitif ni résultats aberrants (oscillations non physiques etc.). On notera qu'il n'a pas été possible de procéder à une comparaison avec des codes (complets) tridimensionnels, ces derniers n'ayant jamais réussi à faire converger les équations non-linéaires pour les temps caractéristiques par maille très courts que génèrent les effets gravitaires sur une forte pente.

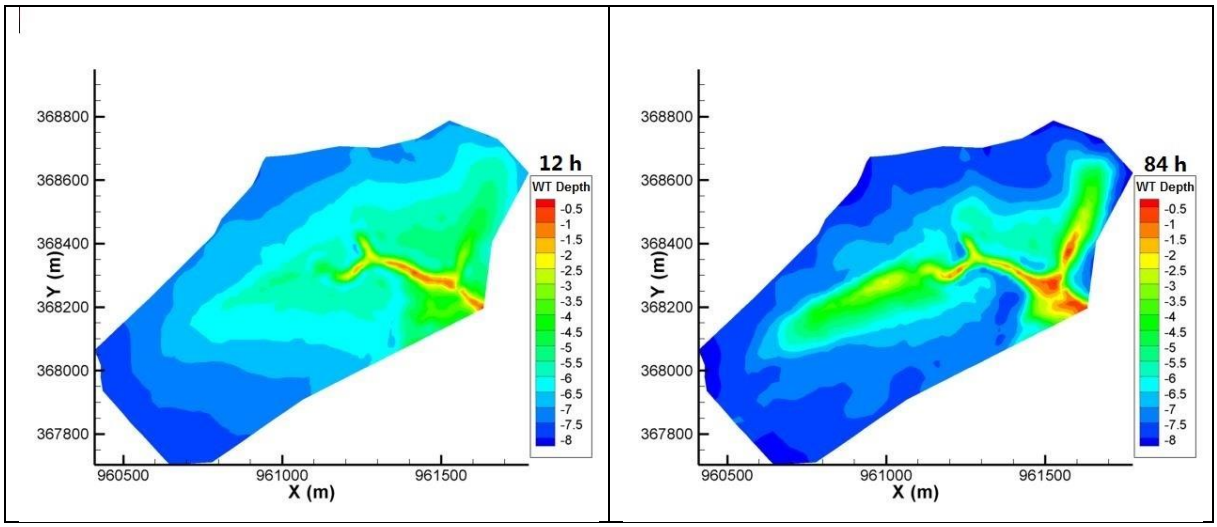

Fig. 2. Vidange progressive et régulière du bassin versant, manifestée par une légère augmentation du niveau de nappe sur la zone aval au droit du réseau de drainant de surface et une diminution des niveaux au droit des versants.

Perspectives

Ayant à disposition un modèle intégré simplifié sur ses dimensions euclidiennes, stable, précis et rapide, on peut envisager de travailler à la simulation détaillée du fonctionnement fortement transitoire de bassins versants de taille intermédiaires. Ces bassins sont aujourd'hui largement sollicités pour la ressource en eau sans que les modélisations ne puissent prédire le comportement du réservoir sous diverses contraintes naturelles et anthropiques. Le modèle à dimensions réduites doit pouvoir être inversé avec des efforts de calcul raisonnables et surtout fournir des sorties compatibles avec les données d'observation. Une fois inversé, la vitesse de résolution de calcul permettra de multiplier les scénarios prospectifs, d'analyser les incertitudes

du modèle au regard de ses paramètres et de ses prédictions. Enfin, disposant d'un calcul fiable dans de multiples circonstances pour les écoulements, on peut maintenant s'attacher à analyser avec confiance les incidences des aléas et évolutions hydro-climatiques sur le fonctionnement d'un bassin et sa ressource en eau.

Références citées

Frei S, Lischeid G, Fleckenstein JH, 2010. Effects of microtopography on surface-subsurface exchange and runoff generation in a virtual riparian wetland: A modeling study. Adv Water Resour . 33(11), 1388-1401. doi:10.1016/j.advwatres.2010.07.006.

Huyakorn PS, Pinder GF, 1983. Computational Methods in Subsurface Flow. Academic Press, Orlando, FL.

Maxwell RW, Putti M, Meyerhoff S, Delfs JO, Ferguson IM, Ivanov V, Kim J, Kolditz O, Kollet SJ, Kumar M, Lopez S, Niu J, Paniconi C, Park YJ, Phanikumar MS, Shen C, Sudicky EA, Sulis M, 2014. Surface-subsurface model inter-comparison: a first set of benchmark results to diagnose integrated hydrology and feedbacks. Water Resour Res. 50, 1531-1549. doi:10.1002/2013WR013725.

* Pan Y, Weill S, Ackerer P, Delay F, 2015. A coupled surface and depth-integrated subsurface numerical flow model for catchment hydrology. J. Hydrol, submitted.

Panday S, Huyakorn PS, 2004. A fully coupled physically-based spatially-distributed model for evaluating surface/subsurface flow. Adv Water Resour. 27(4), 361-382. doi: 10.1016/j.advwatres.2004.02.016

Sulis M, Meyerhoff SB, Paniconi C, Maxwell RM., Putti M, Kollet SJ, 2010. A comparison of two physics-based numerical models for simulating surface water–groundwater interactions. Adv Water Resour. 33(4), 456-467. doi:10.1016/j.advwatres.2010.01.010.

* Weill S, Pan Y, Ackerer P, Delay F, 2015. A dimensionally-reduced subsurface model for saturated and unsaturated flow processes: ability to deal with heterogeneity. Hydol. Process., submitted.

** Les références correspondent aux contributions scientifiques issues du travail de doctorat.*